





# 数 学

## 解答上の注意

1. 問題文中の各枠には、符号(－)または数字(0～9)が入る。

例えば、   と表示のある問題に対して、計算等から得られた値をマークする場合には、次の例に従う。

例：   に－38と答えたい場合には

解答番号	解 答 欄										
5	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

2. 該当する位がない場合には、0をマークすること。例えば、   に38と答えたい場合には、 に0、 に3、 に8をマークすること。また、同じ問題に－8と答えたい場合には、 に－、 に0、 に8をマークすること。

3.  $y = \text{}x + \text{}$  と表示のある問題に対して、 $y = x + 2$ と答えたい場合には、 に1、 に2をマークすること。また、同じ問題に $y = 2$ と答えたい場合には、 に0、 に2をマークすること。

4. 分数形で解答する場合には、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えること。また、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけない。例えば、 $-\frac{4}{5}$ と答えたい場合には、 $\frac{-4}{5}$ として答えること。

5. 根号を含む形で解答する場合には、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。  
 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えないこと。

6. 答えの値は、枠に合わせて四捨五入すること。

1 次の問い(問1, 2)の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

問1  $a, b, p$  を正の整数とし,  $f(x) = ax^2 - px + b$  とする。  $y = f(x)$  のグラフが2点  $(3, 11)$ ,  $(-3, 35)$  を通るとき,

$$p = \boxed{1}$$

である。そのときに,  $-1 \leq x \leq 2$  における  $f(x)$  の最大値が11, 最小値が3であるなら,

$$a = \boxed{2}, b = \boxed{3}$$

である。

問 2 平面上の  $\triangle ABC$  において辺  $AB$  を  $m : n$  に外分する点を  $P$ , 辺  $BC$  を  $2 : 5$  に内分する点を  $Q$ , 辺  $AC$  を  $3 : 1$  に内分する点を  $R$  とする。3 点  $P, Q, R$  が一直線上にあるとき,

$$\frac{m}{n} = \frac{\boxed{4} \quad \boxed{5}}{\boxed{6}}$$

であり,

$$\frac{PR}{PQ} = \frac{\boxed{7} \quad \boxed{8}}{\boxed{9}}$$

である。

2 次の文章を読み、下の問い(問1～3)に答えよ。

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log\left(\frac{\cos x}{\sin x} + 1\right) dx \text{ とする。}$$

問1 定積分  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log\left\{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right\} dx$  において、変数  $x$  を  $x + \frac{\pi}{4} = \pi - \theta$  により  $\theta$  に置き換え、再び  $\theta$  を  $x$  と書き換えることで、

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log\left\{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right\} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \log(\boxed{10}) dx$$

と変形できる。

$\boxed{10}$  に入る最も適切なものを、次の①～⑧のうちから1つ選べ。

- |            |              |                 |             |
|------------|--------------|-----------------|-------------|
| ① $x^2$    | ② $\sqrt{x}$ | ③ $e^x$         | ④ $\sin x$  |
| ⑤ $\cos x$ | ⑥ $\tan x$   | ⑦ $\frac{1}{x}$ | ⑧ $\cos 2x$ |

問2 任意の実数  $x$  に対して、 $\sin x + \cos x = \sqrt{\boxed{11}} \sin\left(x + \frac{\pi}{\boxed{12}}\right)$  が成り立つ。

各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

問 3  $I = \frac{\pi}{\boxed{13}} \log \boxed{14}$  である。

各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

3 次の文章を読み、下の問い(問1～3)に答えよ。

図1のような、座標平面上の長方形の領域  $D = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq d, 0 \leq y \leq n + \frac{1}{2} - d \right\}$  を考える。ただし、 $n$  は定数で、2以上の自然数である。また、 $d$  は  $1 \leq d \leq n$  の実数値をとる変数である。 $x$  座標、 $y$  座標ともに自然数である点(図1の黒丸)の中で  $D$  に含まれるものの個数は、 $d$  とともに変化するので、これを  $d$  の関数とみなして  $m(d)$  と表す。

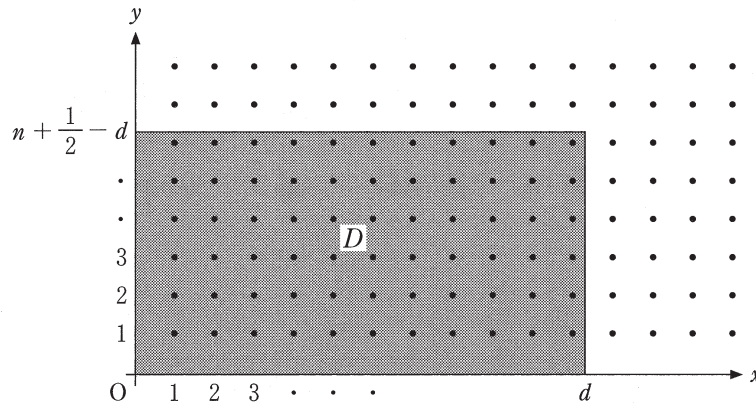


図1：黒丸は  $x$  座標、 $y$  座標がともに自然数である点を表す。

問1  $m(1) = \boxed{15}$  ,  $m\left(\frac{3}{2}\right) = \boxed{16}$  ,  $m(2) = \boxed{17}$  である。また、

$$\lim_{d \rightarrow \frac{3}{2}+0} m(d) = \lim_{d \rightarrow 2-0} m(d) = \boxed{18}$$

である。

$\boxed{15}$  ~  $\boxed{18}$  に入る最も適切なものを、次の①～⑧のうちからそれぞれ1つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

- |            |            |        |            |
|------------|------------|--------|------------|
| ① $n - 2$  | ② $n - 1$  | ③ $n$  | ④ $n + 1$  |
| ⑤ $2n - 4$ | ⑥ $2n - 2$ | ⑦ $2n$ | ⑧ $2n + 2$ |

問2  $k$  を  $n - 1$  以下の自然数とする。 $k \leq d \leq k + \frac{1}{2}$  のとき、 $m(d) = \boxed{19}$  である。

また、 $k + \frac{1}{2} < d < k + 1$  のとき、 $m(d) = \boxed{20}$  である。

$\boxed{19}$  ,  $\boxed{20}$  に入る最も適切なものを、次の①～⑧のうちからそれぞれ1つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

- |           |               |              |                  |
|-----------|---------------|--------------|------------------|
| ① $n - k$ | ② $nk - 1$    | ③ $nk - 2k$  | ④ $nk - k^2$     |
| ⑤ $nk$    | ⑥ $2nk - k^2$ | ⑦ $2nk - 2k$ | ⑧ $nk - k^2 - k$ |



問 3  $n = 17$  のとき,  $m(d)$  の最大値は   である。

各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

4 次の文章を読み、下の問い(問1～3)の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

4枚のコインを同時に投げ、表が出たコインの枚数を数えることを4回繰り返した。

問1 4回のすべてで表が出るコインの枚数が2以上になる確率は

$$\left( \begin{array}{|c|c|} \hline 23 & 24 \\ \hline 25 & 26 \\ \hline \end{array} \right)^4$$

である。

問2 4回の中で表が出るコインの枚数の最小値が2である確率は

$$\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 27 & 28 & 29 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 30 & 31 & 32 & 33 \\ \hline \end{array}}$$

である。

問 3 4回の中で表が出るコインの枚数の最小値が2, かつ最大値が4である確率は

34	35	36	
37	38	39	40

である。

